

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА НА ТОЧНОСТЬ МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ НАВИГАЦИИ ПО РАДИОЛОКАЦИОННЫМ КАРТАМ МЕСТНОСТИ

В.В.Трофимов

В в е д е н и е

Одной из важнейших задач навигации является задача определения своего местоположения. В ряде работ [1, 2, 4] для автоматизации определения местоположения предлагается использовать корреляционно-экстремальные системы навигации (КЭСН), которые вычисляют корреляционную функцию двух изображений (эталонного и реального) и, исходя из положения главного максимума, находят координаты объекта. Наиболее распространенным датчиком изображения является индикатор радиолокационной станции (РЛС). Но изображение местности на экране РЛС сильно зависит от параметров движения объекта, типа подстилающей поверхности, угла обзора и других факторов.

В работе [1] рассмотрены различные типы коррекций радиолокационного изображения на основе измерения параметров деформации. В данной работе рассматривается влияние ошибок измерения этих параметров и структуры изображения на точность местоопределения.

1. Постановка задачи

В КЭСН для увеличения быстродействия применяются запоминающие трубки, которые обычно имеют два уровня градации яркости

[3]. Поэтому изображение местности на экране такой трубки будет состоять из совокупности светящихся точек, а влияние подстилающей поверхности и других факторов (кроме параметров движения) приведет к появлению и пропаданию отдельных точек. То есть радиолокационное изображение будет состоять из совокупности постоянных (радиолокационно-контрастных) точек и совокупности точек, появляющихся случайно. Так как радиолокационное изображение (РЛИ) получается на экране трубки в наклонных дальностях (расстояние от антенны до ориентира  $R_{nc}$ ), наличие таких параметров движения как скорость, высота, углы крена и тангажа приводит к деформации изображения. Изображения же, которые используются в КЭСН, должны удовлетворять условиям конгруэнтности [2]. Поэтому, чтобы использовать РЛИ в КЭСН, их необходимо привести к плану местности, так как только в этом случае координаты, определяемые с помощью КЭСН, будут несмещенными. Следовательно, РЛИ необходимо корректировать. Найдем соотношения, которые помогут устранить влияние 4 параметров движения объекта: скорости, высоты, углов крена и тангажа.

2. Коррекция РЛИ

Для решения данной задачи предположим, что антенна РЛС жестко связана с объектом, который движется с постоянной скоростью в некоторой исходной системе координат, задаваемой базисом  $\vec{e}$ . Координаты подвижного объекта в этой системе координат выражаются следующими соотношениями:

$a = x_0 + a_{11} Vt, \quad b = y_0 + a_{12} Vt, \quad c = H + a_{13} Vt, \quad (I)$

где  $a_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$  - элементы матрицы  $A$ , осуществляющей аффинное преобразование системы координат  $\vec{e}$  в систему координат, жестко связанную с объектом ( $\vec{e}'$ );

$$A = \begin{pmatrix} \cos \nu & 0 & -\sin \nu \\ \sin \nu \sin \varphi & \cos \varphi & \cos \nu \sin \varphi \\ \sin \nu \cos \varphi & -\sin \varphi & \cos \nu \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$\nu$  - угол тангажа,  $\varphi$  - угол крена,

$t$  - текущее время,

$x_0, y_0, H$  - положение объекта в начальный момент времени в базисе  $\vec{e}$ .

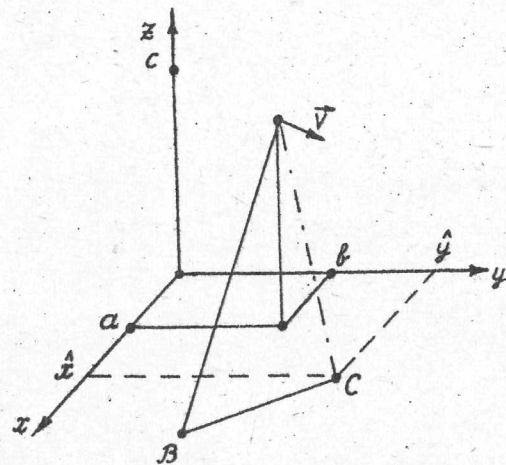


Рис. 1

Координаты точки, находящейся в центре экрана РЛС (точка на рис. 1) в базисе запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= a - \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}} c, \\ \hat{y} &= b - \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}} c. \end{aligned} \quad (3)$$

Используя соотношения (1) + (3), можно записать уравнение прямой ЛС и выражение дальности между антенной РЛС и произвольным  $\vec{e}$ -ориентером ( $R_{H_i}$ )

$$y_i = \kappa (\hat{x}_i - \hat{x}) + \hat{y}, \quad (4)$$

$$R_{H_i}^2 = (x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + c^2,$$

где

$$\kappa = \frac{\alpha_{12} \cos \omega t + \alpha_{22} \sin \omega t}{\alpha_{11} \cos \omega t + \alpha_{21} \sin \omega t}, \quad (5)$$

$\omega$  - круговая скорость вращения антенны.

Решая систему уравнений (4) относительно  $x_i$  и  $y_i$ , можем найти соотношения, по которым нужно корректировать исходное изображение. Они имеют следующий вид:

$$x_i = a + c \frac{\kappa}{1 + \kappa^2} \left( \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}} - \kappa \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}} \right) + \sqrt{\frac{1}{1 + \kappa^2} \left\{ R_{H_i}^2 - c^2 \left[ 1 + \frac{(\kappa \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}} - \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}})^2}{1 + \kappa^2} \right] \right\}}, \quad (6)$$

$$y_i = b - c \frac{1}{1 + \kappa^2} \left( \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}} - \kappa \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}} \right) + \sqrt{\frac{\kappa^2}{1 + \kappa^2} \left\{ R_{H_i}^2 - c^2 \left[ 1 + \frac{(\kappa \frac{\alpha_{32}}{\alpha_{33}} - \frac{\alpha_{31}}{\alpha_{33}})^2}{1 + \kappa^2} \right] \right\}}.$$

Чтобы реализовать соотношения (6), необходимо использовать специализированную вычислительную машину с большим объемом памяти для хранения и обработки РЛИ. Соотношения (6) можно упростить, если предположить, что во время определения местоположения объект находится в горизонтальном полете, т.е. углы крена и тангажа равны нулю. В этом случае матрица  $A$  превращается в единичную матрицу и соотношения (6) примут следующий простой вид:

$$\begin{cases} x_i = \sqrt{R_{H_i}^2 - H^2} \cos \varphi_i + V \varphi_i / \omega, \\ y_i = \sqrt{R_{H_i}^2 - H^2} \sin \varphi_i, \quad \varphi_i = \omega t. \end{cases} \quad (7)$$

Эти соотношения просто реализуются с помощью развертки гиперболического типа [1] и смещения центра изображения в направлении, обратном движению на величину  $Vt$ . Величины, входящие в соотноше-

ние (7), не могут быть точно измерены, а это приводит к ошибке в определении местоположения. Обозначим через  $\Delta R$  ошибку в определении наклонной дальности,  $\Delta H$  - ошибку в определении высоты,  $\Delta \varphi$  - ошибку в определении угла  $\varphi$ ,  $\Delta V$  - ошибку в определении скорости, тогда соотношение (7) можно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} \tilde{x}_i = \sqrt{(\mathcal{R}_{H_i} + \Delta \mathcal{R}_H)^2 - (H + \Delta H)^2} \cos(\varphi_i + \Delta \varphi) + (V + \Delta V)(\varphi_i + \Delta \varphi) / \omega, \\ \tilde{y}_i = \sqrt{(\mathcal{R}_{H_i} + \Delta \mathcal{R}_H)^2 - (H + \Delta H)^2} \sin(\varphi_i + \Delta \varphi), \end{cases} \quad (8)$$

За ошибку в определении местоположения будем принимать разность

$$\begin{cases} \Delta \xi = x_0 - \xi_0, \\ \Delta \eta = y_0 - \eta_0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь  $\xi_0, \eta_0$  - координаты объекта, определяемые с помощью КЭСН, при условии что угол рассогласования между изображениями отслеживается точно автономными средствами [I].

$$\xi_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{2i} - x_{p_i}), \quad \eta_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{2i} - y_{p_i}).$$

Индексы "e", "p" означают принадлежность координат к эталонному и реальному изображениям соответственно.

Используя эти соотношения, можно рассчитать ошибку местоопределения, обусловленную неточностью измерения параметров движения объекта.

### 3. Влияние структуры изображения на точность местоопределения

Для определения влияния структуры изображения на точность местоопределения воспользуемся формулами (17) работы [I]:

$$\begin{cases} \xi_0 = \bar{x}_2 - \bar{x}_p \cos \varphi_0 + \bar{y}_p \sin \varphi_0, \\ \eta_0 = \bar{y}_2 - \bar{x}_p \sin \varphi_0 - \bar{y}_p \cos \varphi_0, \\ \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\bar{x}_2 \bar{y}_p - \bar{x}_p \bar{y}_2}{\bar{x}_2 \bar{x}_p + \bar{y}_2 \bar{y}_p}, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{2i}, \dots, \bar{y}_2 \bar{y}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)(y_{p_i} - \bar{y}_p).$$

Для упрощения дальнейших выкладок предположим, что эталонное и реальное изображения откорректированы и представляют собой два конгруэнтно преобразуемых изображения. Причем координаты ориентиров на реальном изображении измеряются с аддитивной помехой, распределенной по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией  $\sigma$ . Тогда связь между координатами ориентиров на эталонном и реальном изображениях можно записать так:

$$\begin{cases} x_{p_i} = (x_{2i} - x_0) \cos \psi + (y_{2i} - y_0) \sin \psi + \Delta x_i, \\ y_{p_i} = (x_{2i} - x_0) \sin \psi + (y_{2i} - y_0) \cos \psi + \Delta y_i, \end{cases} \quad (11)$$

где  $\psi$  - угол между направлениями движения при получении эталонного и реального изображений.

Подставляя выражение (11) в (10), получим следующие соотношения:

$$\begin{cases} \xi_0 = \bar{x}_2 - (\bar{x}_2 - x_0) \cos(\psi - \varphi_0) + (\bar{y}_2 - y_0) \sin(\psi - \varphi_0) + \Delta \bar{y}_2 \sin \varphi_0 - \Delta \bar{x}_2 \cos \varphi_0, \\ \eta_0 = \bar{y}_2 - (\bar{x}_2 - x_0) \sin(\psi - \varphi_0) - (\bar{y}_2 - y_0) \cos(\psi - \varphi_0) - \Delta \bar{y}_2 \cos \varphi_0 - \Delta \bar{x}_2 \sin \varphi_0, \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{(\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2) \sin \psi + \hat{\sigma}_y^2 \hat{\rho}_{\Delta x \Delta y} - \hat{\sigma}_x^2 \hat{\rho}_{\Delta y \Delta x}}{(\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2) \cos \psi + \hat{\sigma}_y^2 \hat{\rho}_{\Delta y \Delta y} + \hat{\sigma}_x^2 \hat{\rho}_{\Delta x \Delta x}}, \quad (12)$$

где  $\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2$ ,  $\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_2)^2$  - оценки дисперсии поля по координатам  $x$  и  $y$  соответственно,

$\bar{x}_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{zi}, \bar{y}_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{zi}$  - оценка его математического ожидания,

$\hat{\rho}_{\Delta x y} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{zi} - \bar{y}_z) / \Delta x_i - \bar{y}_z / \Delta \bar{x}_i}{\sigma_y \sigma_{\Delta x}}$  - оценка коэффициента корреляции величин  $[y_i]$  и  $[\Delta x_i]$

В [5] показано, что эти оценки являются состоятельными. А так как величины  $[x_{zi}, y_{zi}]$  и  $[\Delta x_i, \Delta y_i]$  независимы, то  $\hat{\rho}_{\Delta x y} \rightarrow 0$ , и значение  $\lg \psi_0$  не будет зависеть от вида распределения координат точек на изображении. Тогда  $\lg \psi_0 \cong \lg \psi$ , а  $\xi_0 \cong x_0, \eta_0 \cong y_0$ . Следовательно, точность местоопределения не зависит от вида распределения координат ориентиров на РЛИ. Следует заметить, что это справедливо для изображений, состоящих из совокупности точек одинаковых размеров и яркости.

4. Результаты расчетов на ЦВМ

Для получения количественных оценок точности местоопределения производились расчеты по вышеприведенным формулам.

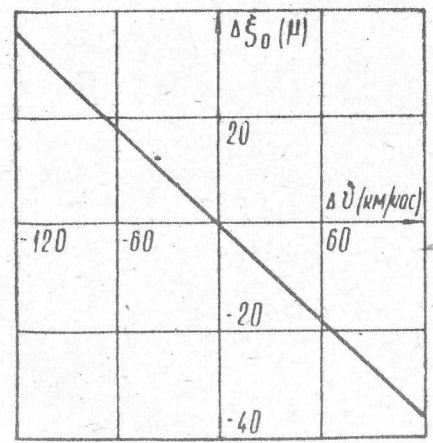


Рис.2

На рис.2 + 4 приведены зависимости точности местоопределения от ошибок в определении скорости движения объекта, высоты, угла наклона дальности и угла  $\psi_i$ , рассчитанные по формулам

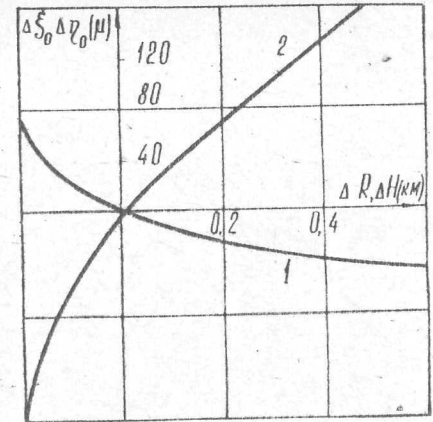


Рис. 3

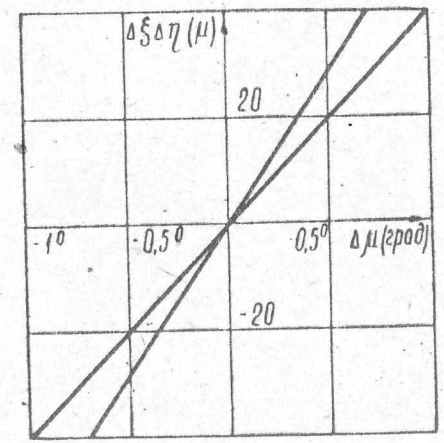


Рис.4

(8), (9). На графиках приняты следующие обозначения: цифрой 1 помечена кривая  $\Delta \xi$ , цифрой 2 -  $\Delta \eta$ . Вычисления проводились в предположении, что радиус индикатора соответствует 15 км, круговая скорость вращения антенны  $\omega = 0,5$  об/сек. В качестве координат ориентиров взяты совокупность из десяти векторов, компоненты которых распределены по равномерному закону (одна реализация). Из приведенных выше зависимостей видно, что ошибки в определении наклонной дальности, высоты, скорости и угла  $\psi_i$  оказывают незна-

чительное влияние на точность местоопределения. Так, ошибки в определении местоположения ( $\Delta y$ ) равной 40 м соответствуют значение  $\Delta V = 150$  км/час, или  $\Delta \alpha = 1200$  м, или  $\Delta H = 1200$  м.

Результаты моделирования, когда эти ошибки суть случайные величины, распределенные по нормальному закону с нулевым средним и ограниченной дисперсией, а также присутствуют ошибки, обусловленные наличием углов крена и тангажа, сведены в таблицу I. Причем среднее квадратичное отклонение ошибки измерения высоты  $\sigma_H = 200$  м, скорости  $\sigma_v = 60$  км/час, крена и тангажа  $\sigma_\varphi = \sigma_\psi = 1^\circ$ , азимута  $\sigma_\varphi = 20^\circ$ , дальности  $\sigma_R = 200$  м. Реальное и эталонное изображения получались на высоте 9 км.

Таблица I

Смещения $x_0, y_0$	$M[\Delta y]$ (м)	$\sigma_y$ (м)	$M[\Delta x]$ (м)	$\sigma_x$ (м)
4,5 км	9	214	22	195
0,9 км	3	196	15	262

Большое значение  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  обусловлено случайными ошибками по углам крена и тангажа. Уменьшить их значение можно только уменьшением высоты полета или более точной угловой коррекцией полета.

Все вышеприведенные оценки точности получены для одного изображения, состоящего из совокупности 10 точек, координаты которых распределены по равномерному закону (одна реализация  $[x_i, y_i]$ ). Поэтому представляет интерес получение характеристик точности местоопределения путем усреднения по совокупности изображений.

На рис. 5-6 представлены зависимости точности местоопределения по координатам  $x, y$  и углу (пунктиром) от среднеекватического отклонения помехи, усредненные по 12 различным изображениям, точки на которых распределены по равномерному закону. Для срав-

нения приведены аналогичные кривые, но для изображений, на которых точки распределены по нормальному закону с нулевым средним, и  $\sigma_y = 7,5$  км.

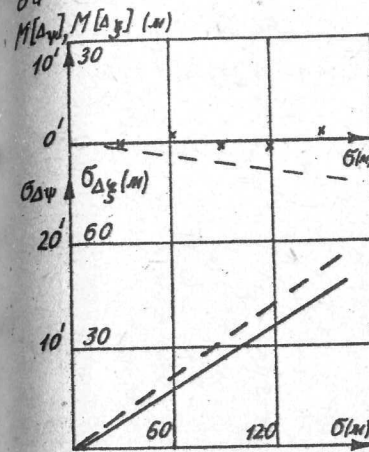


Рис. 5

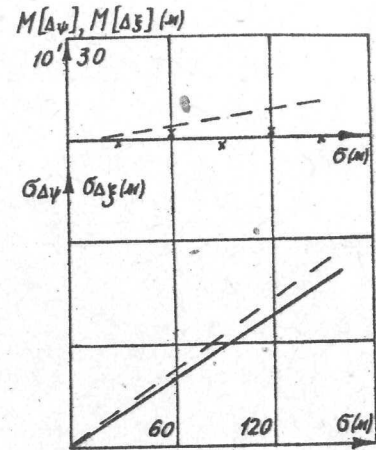


Рис. 6

Сопоставляя эти кривые, можно сделать вывод, что точность местоопределения не зависит от вида распределения координат ориентиров на изображениях.

### З а к л ю ч е н и е

1. При коррекции радиолокационных изображений ошибки в изменении скорости и высоты слабо влияют на точность местоопределения (рис.2-4).

2. Наибольшая ошибка получается из-за неточной ликвидации рассогласований по углам крена и тангажа. (Табл.I).

3. Увеличение дисперсии помехи незначительно ухудшает точность местоопределения. Так, при  $\sigma = 120$  м среднеекватическая ошибка в определении координат составляет  $\sim 35$  м.

4. Структура изображений слабо влияет на точность работы КЭСН, которая использует карты 1, состоящие из совокупности точек одинаковых размеров и яркости.

## Л и т е р а т у р а

1. Тарасенко В.П., Трофимов В.В. О методах повышения точности корреляционно-экстремальных систем навигации, использующих радиолокационные изображения местности. В настоящем сборнике.
2. Медведев Г.А., Тарасенко В.П. Вероятностные методы исследования экстремальных систем. Изд-во "Наука", М., 1967.
3. Ангелов М.П. и др. Вопросы построения индикаторов для КЭСН. В настоящем сборнике.
4. Кориков А.М. Исследование КЭС, использующей точечные изображения. В настоящем сборнике.
5. Коваленко И.Н., Филипова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Изд-во "Высшая школа", М., 1973.

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОИСКА В ШАГОВОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ С ИНЕРЦИОННЫМ ОБЪЕКТОМ

Н.Ф.Галахов, А.М.Кориков

1. В монографии [1] рассмотрен метод исследования шаговых систем автоматического поиска экстремума с инерционным объектом, основанный на аппарате марковских цепей и стохастических графов. Введение кумулянтных состояний  $(s, \ell)$  (терминология и обозначения в настоящей работе соответствуют [2]) позволило исследование таких систем свести к анализу простых марковских цепей. Структура этих цепей показана в [1]. Определение финальных вероятностей  $P(s, \ell)$ , совокупность которых полностью характеризует установившийся режим автоматического поиска, приводит к решению ряда систем линейных алгебраических уравнений, каждая из которых имеет порядок, несколько меньший, чем  $2^{\omega}$ , где  $\omega$  - инерционность объекта. Предложенный в [1] метод может быть использован для решения ряда прикладных задач. Так, например, в составе корреляционно-экстремальной системы имеется автоматический оптимизатор, предназначенный для поиска главного максимума оценки взаимной корреляционной функции сравниваемых изображений, а объект управления является инерционным. Однако при значительной инерционности объекта решение систем алгебраических уравнений становится затруднительным. Значительное увеличение объема вычислительных работ по анализу марковских цепей, наблюдающееся при повышении их по-